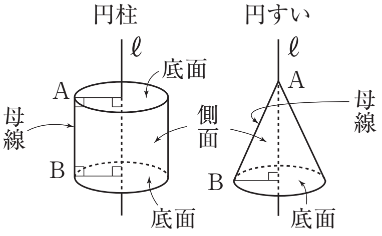
第21講・空間図形③ 回転体

要点整理

1　回転体

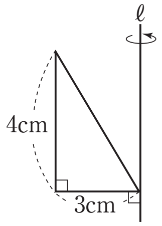
直線 ℓ を軸として，図形を1回転させてできる立体を**回転体**（かいてんたい）といい，直線 ℓ を**回転の軸**という。また，回転体の側面をつくる線分（右図の線分 AB）を**母線**（ぼせん）という。

●回転体



例題 1

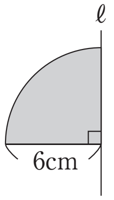
右の図のような図形を直線 ℓ を軸として1回転させてできる立体の体積を求めよ。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 2

右の図のような半径6cm，中心角90°のおうぎ形を，直線ℓを軸として1回転してできる立体について，次の問いに答えなさい。

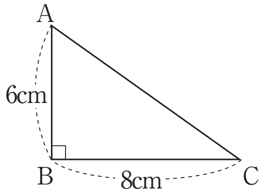


(1)　この立体の体積を求めよ。

(2)　この立体の表面積を求めよ。

例題 3

右の図のように，∠ABC＝90°，AB＝6cm，BC＝8cmの直角三角形ABCがある。この△ABCを，辺AB，BCを軸として1回転させてできる立体の体積を，それぞれV_1cm^3，V_2 cm^{3}とするとき，$V_1 : V_2$の比をできるだけ簡単な整数の比で表しなさい。



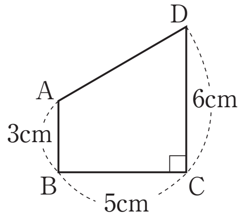
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

21－1

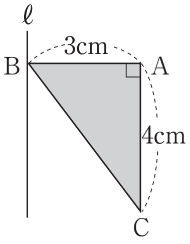
右の図のように，AB∥DC，∠BCD＝90°，AB＝3cm，BC＝5cm，DC＝6cm である台形 ABCD がある。

この台形 ABCD を，辺 DC を軸として１回転させてできる立体の体積を求めなさい。



21－2

右の図のように，AB＝3cm，AC＝4cm，∠A＝90°の直角三角形 ABC と，頂点 B を通り辺 AC に平行な直線 ℓ がある。直線 ℓ を軸として，△ABC を１回転させると，円柱から円錐を抜いた立体ができあがる。このとき，次の問いに答えなさい。



⑴　抜けた円錐の体積を求めよ。

⑵　できた立体の体積と，抜けた円錐の体積との比を，できるだけ簡単な整数の比で表せ。

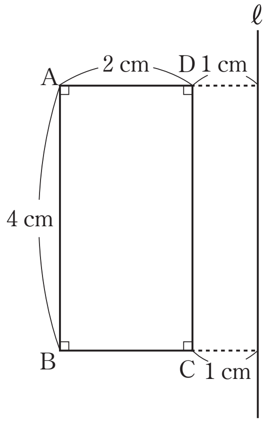
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

＜ *Note* ＞

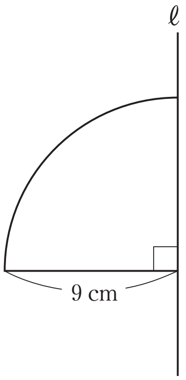
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講・確認テスト

［1］　右の図のような長方形ABCDを，直線ℓを軸にして1回転させてできる立体の体積は **アイ** π cm^{3}で，表面積は **ウエ** π cm^{2}です。

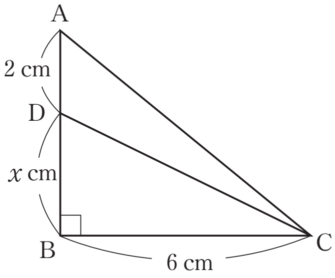


［2］　右の図のような半径9 cm，中心角90°のおうぎ形を，直線ℓを軸にして1回転させてできる立体の体積は **オカキ** π cm^{3}で，表面積は **クケコ** π cm^{2}です。



［3］　右の図で，△ABCは∠B＝90°の直角三角形である。△ABCを辺ABを軸にして1回転させてできる立体の体積をV_1，△DBCを辺ABを軸にして1回転させてできる立体の体積をV_2とするとき，

$V_1-V_2=$ **サシ** π cm^{3}です。

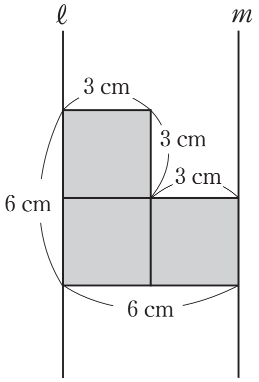


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［4］　右の図のように，1辺の長さが3 cmの正方形を3つ合わせた図形がある。次の問いに答えなさい。

(1)　右の図形を直線 ℓ を軸にして1回転させてできる立体の体積を V_1，直線 m を軸にして1回転させてできる立体の体積を V_2 とするとき，$V_1 : V_2 =$ ［ス］：［セ］です。

(2)　右の図形を直線 ℓ を軸にして1回転させてできる立体の表面積を S_1，直線 m を軸にして1回転させてできる立体の表面積を S_2 とするとき，$S_1 : S_2 =$ ［ソ］：［タ］です。



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講・空間図形③ 回転体

例題 1

$24\pi\ \mathrm{cm}^3$

解説

$$\pi\times3^2\times4-\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=\pi\times3^2\times4\times\left(1-\frac{1}{3}\right)=24\pi\ (\mathrm{cm}^3)$$

例題 2

(1)　**$144\pi\ \mathrm{cm}^3$**　　(2)　**$108\pi\ \mathrm{cm}^2$**

解説

(1)　$\frac{4}{3}\pi\times6^3\times\frac{1}{2}=144\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

(2)　(球の表面積)$\times\frac{1}{2}+$(底面積)

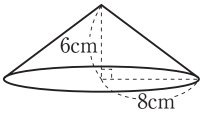
$=4\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2=108\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

例題 3

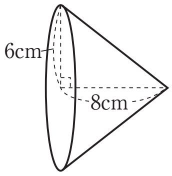
4:3

解説

$V_1=\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times6=128\pi\ (\mathrm{cm}^3)$



$V_2=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=96\pi\ (\mathrm{cm}^3)$



よって，$V_1:V_2=128\pi:96\pi=4:3$

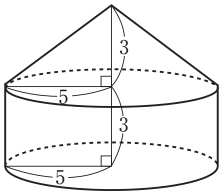
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

21－1

100π cm^3

解説

右図のような，円柱と円すいが合わさった立体になるから，



求める立体の体積は，

$$\pi\times5^2\times3+\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times3$$

$$=\pi\times5^2\times3\times\left(1+\frac{1}{3}\right)$$

$$=100\pi\ (\text{cm}^3)$$

21－2

(1)　**12π cm^3**　　(2)　**2：1**

解説

(1)　$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times4=12\pi\ (\text{cm}^3)$

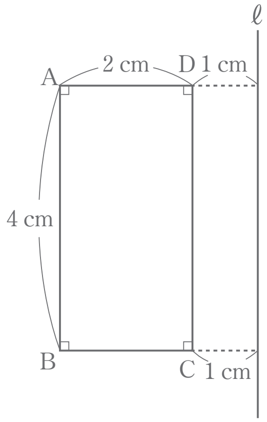
(2)　$\pi\times3^2\times4-12\pi=36\pi-12\pi=24\pi\ (\text{cm}^3)$

よって，$24\pi:12\pi=2:1$

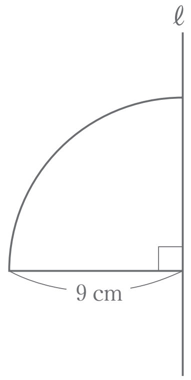
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第21講・確認テスト

［1］　右の図のような長方形 ABCD を，直線 ℓ を軸にして 1 回転させてできる立体の体積は アイ π cm³ で，表面積は ウエ π cm² です。

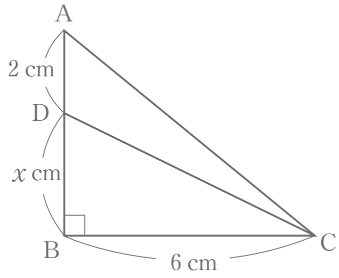


［2］　右の図のような半径 9 cm，中心角 90° のおうぎ形を，直線 ℓ を軸にして 1 回転させてできる立体の体積は オカキ π cm³ で，表面積は クケコ π cm² です。



［3］　右の図で，△ABC は∠B＝90° の直角三角形である。△ABC を辺 AB を軸にして 1 回転させてできる立体の体積を V_1，△DBC を辺 AB を軸にして 1 回転させてできる立体の体積を V_2 とするとき，

$V_1 - V_2 =$ サシ π cm³ です。

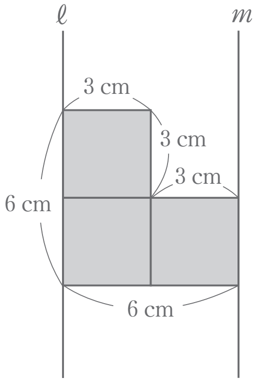


©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

［4］　右の図のように，1辺の長さが3 cm の正方形を3つ合わせた図形がある。次の問いに答えなさい。

(1)　右の図形を直線 ℓ を軸にして1回転させてできる立体の体積を V_1，直線 m を軸にして1回転させてできる立体の体積を V_2 とするとき，$V_1 : V_2 =$ ［ス］：［セ］です。

(2)　右の図形を直線 ℓ を軸にして1回転させてできる立体の表面積を S_1，直線 m を軸にして1回転させてできる立体の表面積を S_2 とするとき，$S_1 : S_2 =$ ［ソ］：［タ］です。



解答

［1］　ア　3　　イ　2　　ウ　4　　エ　8

［2］　オ　4　　カ　8　　キ　6　　ク　2　　ケ　4　　コ　3

［3］　サ　2　　シ　4

［4］　ス　5　　セ　7　　ソ　7　　タ　9

解説

［1］　できる立体は右の図のようになるから，体積は，

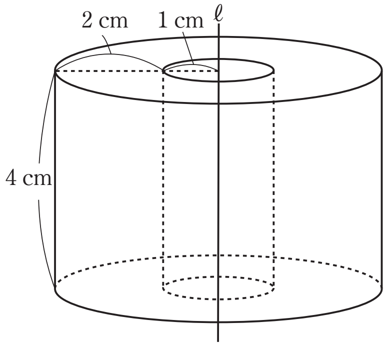
$\pi \times 3^2 \times 4 - \pi \times 1^2 \times 4 = 32\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

また，底面積は，$\pi \times 3^2 - \pi \times 1^2 = 8\pi\ (\mathrm{cm}^2)$，

外側の側面積は，$2\pi \times 3 \times 4 = 24\pi\ (\mathrm{cm}^2)$，

内側の側面積は，$2\pi \times 1 \times 4 = 8\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ だから，

表面積は，$8\pi \times 2 + 24\pi + 8\pi = 48\pi\ (\mathrm{cm}^2)$



［2］　できる立体は半径9 cm の半球だから，体積は，$\dfrac{1}{2} \times \dfrac{4}{3}\pi \times 9^3 = 486\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

表面積は，曲面部分の面積が，$\dfrac{1}{2} \times 4\pi \times 9^2 = 162\pi\ (\mathrm{cm}^2)$，

底面積が，$\pi \times 9^2 = 81\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ だから，$162\pi + 81\pi = 243\pi\ (\mathrm{cm}^2)$

［3］　V_1 は，半径6 cm，高さ $(x+2)$ cm の円錐の体積，V_2 は，半径6 cm，高さ x cm の円錐の体積になるから，$V_1 - V_2 = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times (x+2) - \dfrac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times x = 24\pi\ (\mathrm{cm}^3)$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

[4]　(1)　直線 ℓ を軸にした場合の立体は図1，直線 m を軸にした場合の立体は図2になる。

$V_1=\pi\times6^2\times3+\pi\times3^2\times3=135\pi\,(\text{cm}^3)$，

$V_2=\pi\times6^2\times6-\pi\times3^2\times3=189\pi\,(\text{cm}^3)$だから，

$V_1:V_2=135\pi:189\pi=5:7$

(2)　図1の底面積の和は，$\pi\times6^2\times2=72\pi\,(\text{cm}^2)$，

側面積の和は，$2\pi\times6\times3+2\pi\times3\times3=54\pi\,(\text{cm}^2)$だから，

$S_1=72\pi+54\pi=126\pi\,(\text{cm}^2)$

図2の底面積の和は，$\pi\times6^2\times2=72\pi\,(\text{cm}^2)$，

側面積の和は，$2\pi\times6\times6+2\pi\times3\times3=90\pi\,(\text{cm}^2)$だから，

$S_2=72\pi+90\pi=162\pi\,(\text{cm}^2)$，

よって，$S_1:S_2=126\pi:162\pi=7:9$

図1

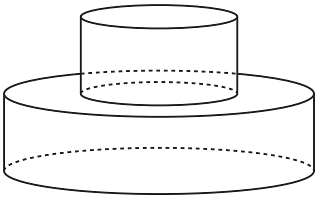
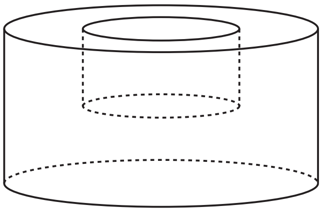


図2



©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。